

Leçon 125

Extensions de corps. Exemples et applications.

I - Extensions de corps

II - Adjonction de racines

III - Nombres constructibles à la règle et au compas

Dev 1 : Dénombrement des polynômes irréductibles de $\mathbb{F}_q[X]$

Dev 2 : Polygones réguliers constructibles

I - Extensions de corps

1) Définition et premières propriétés : def extension, degré, base télescopique, multiplicativité du degré, théorème de l'élément primitif, exemples [Per04]

2) Extensions algébriques : def éléments et extensions algébriques, transcendants, polynôme minimal, description de $K(\alpha)$, équivalences, critères pour qu'une extension soit algébrique, les algébriques forment un corps, exemples [Per04], [Ber18]

II - Adjonction de racines

1) Corps de rupture et corps de décomposition : def, existence et unicité, clôture algébrique, critères d'irréductibilité, théorème de Steinitz, exemples [Per04] [Ber18]

2) Corps finis : def et propriétés du Frobenius, existence et unicité, inclusions, automorphismes de $\mathbb{F}_q$, irréductibilité de $X^p - X - 1$, [dev 1] [Goz10], [Per04]

III - Nombres constructibles à la règle et au compas

1) Nombres constructibles : def nombres constructibles, structure de corps, théorème de Wantzel, corollaire, réponse quadrature du cercle/duplication du cube/trisection de l'angle [Car81]

2) Polygones réguliers constructibles : def angle constructible, lemmes, description des angles constructibles, [dev 2], remarque sur le 17-gone [Car81]

Références

- [Ber18] Grégory BERHUY. *Algèbre : Le grand combat*. Calvage & Mounet, 2018.
- [Car81] Jean-Claude CARREGA. *Théorie des corps : la règle et le compas*. Hermann, 1981.
- [Goz10] Ivan GOZARD. *Théorie de Galois*. Ellipses, 2010.
- [Per04] Daniel PERRIN. *Cours d'algèbre*. Ellipse, 2004.